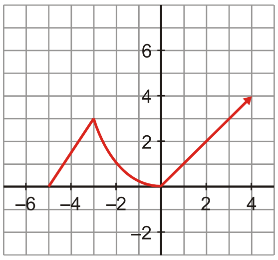
<u>Ejercicio nº 1</u>

Considera la siguiente gráfica correspondiente a una función:



a) ¿Cuál es su dominio de definición?

b) ¿Tiene máximo y mínimo? En caso afirmativo, ¿cuáles son?

c) ¿En qué intervalos crece y en cuáles decrece?

Solución:

a) Dominio de definición: $[-5, +\infty)$

b) Sí tiene mínimo, pero no tiene máximo.

Tiene dos mínimos en los puntos $(-5, 0)$ y $(0, 0)$.

c) Es creciente en los intervalos $(-5, -3)$ y $(0, +\infty)$.

Es decreciente en el intervalo $(-3, 0)$.

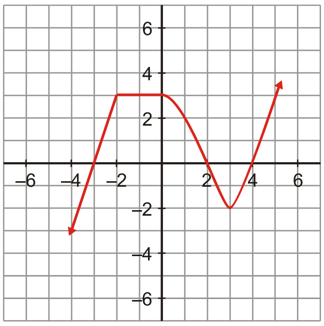
Ejercicio nº 2

Observa la gráfica de la función y responde:

a) ¿Cuál es su dominio de definición?

b) ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?

c) ¿Para qué valores de x es creciente y para cuáles es decreciente? ¿Y constante?



Solución:

a) El dominio de definición es toda la recta real.

b) Los puntos de corte con los ejes son:

- Con el eje Y $\rightarrow$ $(0, 3)$
- Con el eje X $\rightarrow$ $(-3, 0)$, $(2, 0)$ y $(4, 0)$

c) La función es creciente en los intervalos $(-\infty, -2)$ y $(3, +\infty)$; decreciente en el intervalo $(0, 3)$, y constante en $(-2, 0)$.

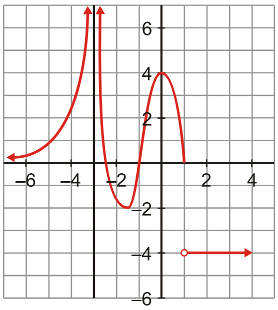
Ejercicio nº 3

Dada la siguiente función mediante su representación gráfica, responde a las preguntas:

a) ¿Cuál es su dominio de definición?

b) ¿Es continua? Si no lo es, indica dónde es discontinua.

c) ¿Cuáles son sus máximos y mínimos relativos?



Solución:

a) El dominio de la función es el conjunto de todos los valores reales salvo $x = -3$.

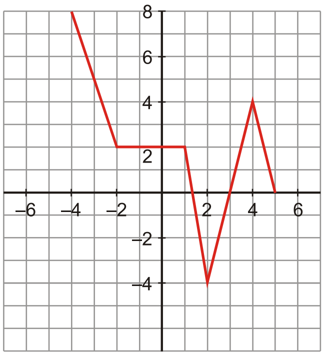
b) No es continua en $x = -3$ y $x = 1$.

c) Tiene un máximo relativo en el punto $(0, 4)$.

Tiene un mínimo relativo en el punto de abscisa $-\frac{3}{2}$, y su valor es -2.

Ejercicio nº 4

Observa la gráfica de la función y completa la siguiente tabla de valores:



x	–4	–3	–1	1	3	5
y						

a) Indica el dominio de la función.

b) ¿Tiene máximo y mínimo? En caso afirmativo, ¿cuáles son?

c) Indica los intervalos donde la función crece, decrece o es constante.

Solución:

Completamos la tabla:

x	–4	–3	–1	1	3	5
y	8	5	2	2	0	0

a) Dominio de definición: $[-4, 5]$

b) Sí tiene máximo y mínimo:

- El máximo está en el punto $(-4, 8)$.
- El mínimo está en el punto $(2, -4)$.

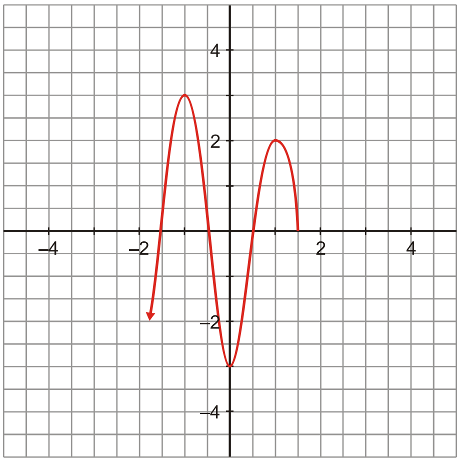
c) Es creciente en el intervalo $(2, 4)$.

Es decreciente en los intervalos $(-4, -2)$, $(1, 2)$ y $(4, 5)$.

Es constante en el intervalo $(-2, 1)$.

Ejercicio nº 5

Observa la gráfica de la función y responde:



a) ¿Cuál es su dominio de definición?

b) ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?

c) Indica los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Solución:

a) La función está definida para todo valor de $x \le \dfrac{3}{2}$.

b) Puntos de corte con los ejes:

- Con el eje $Y \;\; \rightarrow \;\; (0, -3)$
- Con el eje $X \;\; \rightarrow \;\; \left(-\dfrac{3}{2}, 0\right), \left(-\dfrac{1}{2}, 0\right), \left(\dfrac{1}{2}, 0\right)$ y $\left(\dfrac{3}{2}, 0\right)$.

c) Intervalos de crecimiento: $(-\infty, -1)$ y $(0, 1)$

Intervalos de decrecimiento: $(-1, 0)$ y $\left(1, \dfrac{3}{2}\right)$

Ejercicio nº 6

Representa gráficamente una función, *f*, que cumpla las siguientes condiciones:

a) Dom (*f*) = [–5, 6]

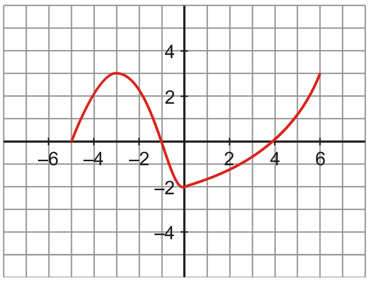
b) Crece en los intervalos (–5, –3) y (0, 6); decrece en el intervalo (–3, 0).

c) Es continua en su dominio.

d) Corta al eje *X* en los puntos (–5, 0), (–1, 0) y (4, 0).

e) Tiene un mínimo en (0, –2) y máximos en (–3, 3) y (6, 3).

Solución:



Ejercicio nº 7

La gráfica de una función tiene las siguientes características:

a) Dominio de definición: [0, +∞).

b) Crece en (0, 3) y (5, +∞); decrece en (3, 5).

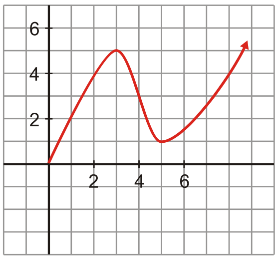
c) El único punto de corte con los ejes es el (0, 0).

d) Tiene un máximo relativo en (3, 5) y un mínimo relativo en (5, 1).

e) No hay ninguna discontinuidad.

Representa dicha función.

Solución:



<u>Ejercicio nº 8</u>

Una función, *f*, cumple las siguientes condiciones:

a) El dominio de definición son todos los valores de $x \leq 3$.

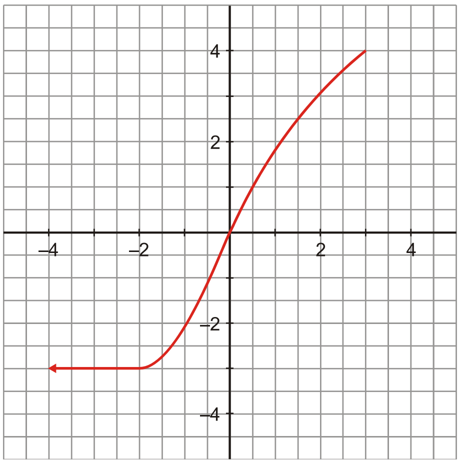
b) Es continua en su dominio.

c) Crece en el intervalo $(-2, 3)$.

d) Pasa por los puntos $(0, 0)$, $(-2, -3)$ y $(3, 4)$.

e) Es constante para todos los valores de $x \leq -2$.

Solución:



Ejercicio nº 9

Representa gráficamente una función, *f*, que cumpla las siguientes condiciones:

a) Está definida en todo $\mathbb{R}$.

b) Es continua.

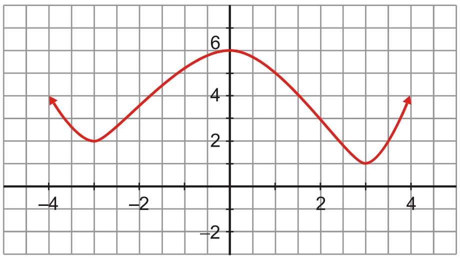
c) Corta al eje *Y* en (0, 6), pero no corta al eje *X*.

d) Crece en (–3, 0) y (3, +∞).

Decrece en (–∞, –3) y (0, 3).

e) Su mínimo es (3, 1), y pasa por el punto (–3, 2).

Solución:



Ejercicio nº 10

Haz la gráfica de una función que cumpla:

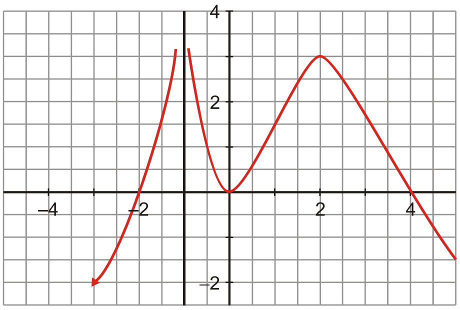
a) Dominio de definición: $\mathbb{R} - \{-1\}$

b) Corta al eje *X* en $x = -2$, $x = 0$ y $x = 4$.

c) Crece en (–∞, –1) y (0, 2); y decrece en (–1, 0) y (2, +∞).

d) Tiene un máximo relativo en (2, 3).

Solución:

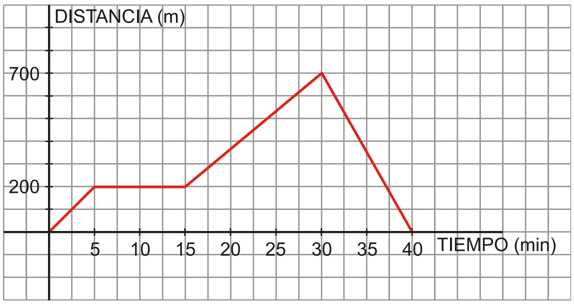


Ejercicio nº 11

***Desde su casa hasta la parada del autobús, María tarda 5 minutos (la parada está a 200 m de su casa); espera durante 10 minutos, y al ver que el autobús tarda más de lo normal, decide ir andando a su lugar de trabajo, situado a 1 km de su casa. Al cuarto de hora de estar andando y a 300 m de su trabajo, se da cuenta de que el teléfono móvil se le ha olvidado en casa y regresa a buscarlo, tardando 10 minutos en llegar*.**

Representa la gráfica *tiempo-distancia a su casa*.

Solución:

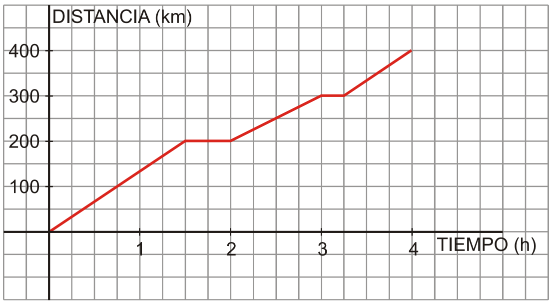


Ejercicio nº 12

***Eduardo se va de vacaciones a una localidad situada a 400 km de su casa; para ello decide hacer el recorrido en coche. La primera parada, de 30 minutos, la hace al cabo de hora y media para desayunar, habiendo realizado la mitad del recorrido. Continúa su viaje sin problemas durante 1 hora, pero a 100 km del final sufre una parada de 15 minutos. En total tarda 4 horas en llegar a su destino*.**

Representa la gráfica *tiempo-distancia recorrida*.

Solución:



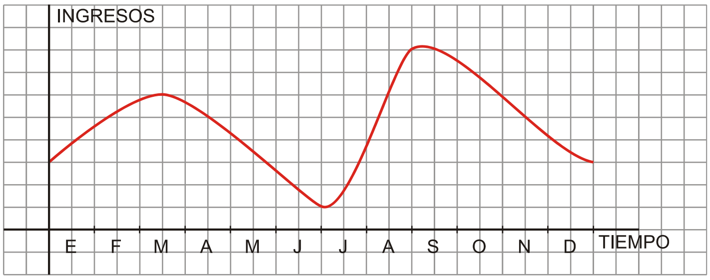
Ejercicio nº 13

Construye una gráfica que corresponda a los ingresos anuales que obtienen unos grandes almacenes, sabiendo que:

Durante los dos primeros meses del año, aumentan paulatinamente debido a las ofertas; desde marzo hasta junio los ingresos van disminuyendo alcanzando, en ese momento, el mínimo anual. En julio y agosto vuelven a crecer los ingresos, alcanzando el máximo del año en agosto. A partir de entonces se produce un decrecimiento que llega a coincidir, en diciembre, con los ingresos realizados al comienzo del año.

Solución:

Esta es una posible gráfica que describe la situación anterior:

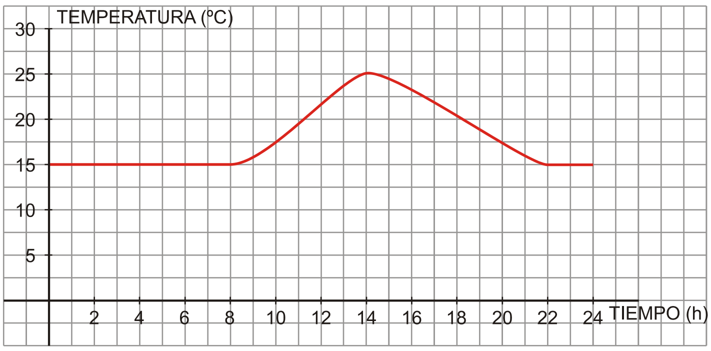


Ejercicio nº 14

Construye una gráfica que se ajuste al siguiente enunciado:

A las 0 horas, la temperatura de una casa es de 15 °C y, por la acción de un aparato que controla la temperatura, permanece así hasta las 8 de la mañana. En ese momento se enciende la calefacción y la temperatura de la casa va creciendo hasta que, a las 14:00 h, alcanza la temperatura máxima de 25 °C. Paulatinamente, la temperatura disminuye hasta el momento en que se apaga la calefacción (a las 10 de la noche) volviendo a coincidir con la que había hasta las 8:00 horas.

Solución:

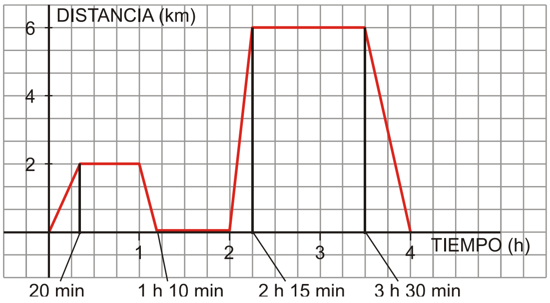


Ejercicio nº 15

Construye una gráfica que describa la siguiente situación:

Rosa tardó, esta mañana, 20 minutos en llegar desde su casa al supermercado situado a 2 km de su casa; después de 40 minutos comprando, regresó en taxi a su casa tardando 10 minutos en llegar. Tras permanecer 50 minutos en su casa, cogió el coche para ir a una cafetería situada a 6 km, para lo cual tardó un cuarto de hora. Al cabo de hora y cuarto, volvió a coger el coche y regresó a su casa, tardando en esta ocasión media hora debido al tráfico.

Solución:



Ejercicio nº 16

Halla la pendiente, la ordenada en el origen y los puntos de corte con los ejes de coordenadas de la recta $5x - 6y + 2 = 0$.

Represéntala gráficamente.

Solución:

- Para calcular la pendiente, despejamos la *y:*

$$5x - 6y + 2 = 0 \;\rightarrow\; 6y = 5x + 2 \;\rightarrow\; y = \frac{5}{6}x + \frac{2}{6} \;\rightarrow\; y = \frac{5}{6}x + \frac{1}{3}$$

La pendiente es $m = \frac{5}{6}$.

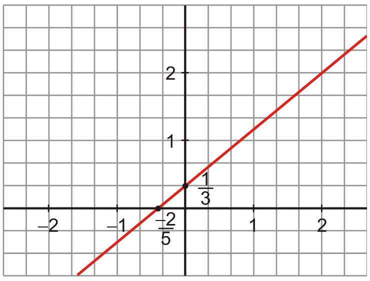
- La ordenada en el origen es $n = \frac{1}{3}$.

- Puntos de corte con los ejes:

— Eje $Y \;\rightarrow\; \left(0,\ \frac{1}{3}\right)$

— Eje $X \;\rightarrow\; \left.\begin{array}{l} y = 0 \\ 5x - 6y + 2 = 0 \end{array}\right\} \;\rightarrow\; 5x + 2 = 0 \;\rightarrow\; x = -\frac{2}{5}$

Luego $\left(-\frac{2}{5},\ 0\right)$ es el punto de corte con el eje X.



Ejercicio nº 17

Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = -\frac{2}{5}x + 2$

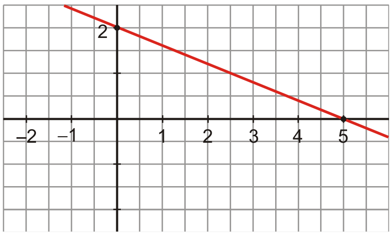
b) $y = -\frac{3}{2}$

c) $y = \frac{5}{3}x$

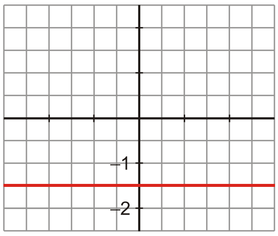
Solución:

a) Hacemos una tabla de valores:

x	0	5
y	2	0



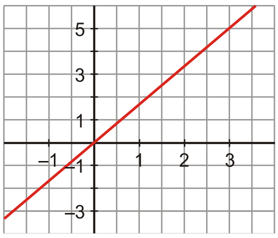
b) $y = -\frac{3}{2} \quad \rightarrow$ Es una recta paralela al eje X que pasa por $\left(0,\ -\frac{3}{2}\right)$.



c) $y = \frac{5}{3}x \quad \rightarrow$ Pasa por el $(0,\ 0)$.

Basta dar otro punto para representarla:

Si $x = 3 \ \rightarrow \ y = 5$



Ejercicio nº 18

Dadas las siguientes rectas, identifica cuáles son paralelas y represéntalas:

a) $y = \dfrac{x+5}{2}$

b) $y = -\dfrac{1}{2}$

c) $2x + 5y = 3$

d) $2y - x + 3 = 0$

Solución:

Calculamos la pendiente de cada una de ellas:

$$y = \frac{x+5}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \rightarrow m_a = \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2} \rightarrow m_b = 0$$

$$2x + 5y = 3 \rightarrow 5y = 3 - 2x \rightarrow y = \frac{3}{5} - \frac{2}{5}x \rightarrow m_c = -\frac{2}{5}$$

$$2y - x + 3 = 0 \rightarrow 2y = x - 3 \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \rightarrow m_d = \frac{1}{2}$$

Son paralelas la a) y la d) por tener la misma pendiente.

Representamos ambas haciendo una tabla de valores:

a) $y = \dfrac{x+5}{2}$

x	1	–1
y	3	2

d) $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$

x	3	1
y	0	–1

Ejercicio nº 19

Representa la siguiente recta tomando la escala adecuada en cada eje:

$$y = \frac{x}{25} + 3$$

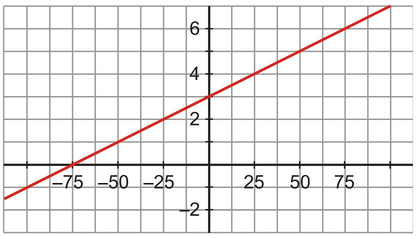
Solución:

Observando que la pendiente de la recta es $m = \frac{1}{25}$, lo más adecuado es tomar la escala en el eje X de 25 en 25.

Hagamos una tabla de valores para ver cuál es la escala más adecuada en el eje Y:

x	–75	–25	0	25	75
y	0	2	3	4	6

En el eje Y, tomamos la escala de 1 en 1.



Ejercicio nº 20

Representa las rectas siguientes:

a) $y = -3{,}5x + 1$

b) $y = \frac{5}{4}$

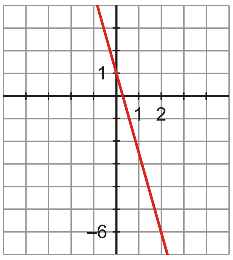
c) $y = -\frac{7}{2}x$

¿Qué relación hay entre las rectas a) y c)?

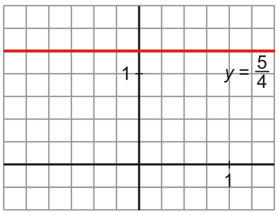
Solución:

a) Hacemos una tabla de valores:

x	0	2
y	1	–6



b) Es una recta paralela al eje x que pasa por $\left(0, \frac{5}{4}\right)$.



c) $y = -\frac{7}{2}x$

x	0	2
y	0	–7

Ejercicio nº 21

Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1, -3)$ y $B(5, 1)$. ¿Cuál es la ordenada en el origen?

Solución:

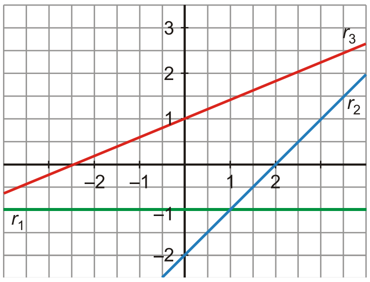
Empezamos hallando su pendiente: $m = \frac{1-(-3)}{5-1} = \frac{4}{4} = 1$

Ecuación de la recta que pasa por $A(1, -3)$ y cuya pendiente es $m = 1 \;\rightarrow\; y = -3 + x - 1 \;\rightarrow$ $y = x - 4$

La ordenada en el origen es $n = -4$.

Ejercicio nº 22

Observando las gráficas, indica cuál es la ordenada en el origen de las siguientes rectas y halla la ecuación de cada una de ellas:



Solución:

- Para calcular la ordenada en el origen, basta con observar el punto de corte de cada una de las rectas con el eje Y:

$r_1 \;\rightarrow\; n_1 = -1$

$r_2 \;\rightarrow\; n_2 = -2$

$r_3 \;\rightarrow\; n_3 = 1$

- Calculamos la pendiente de cada una de ellas:

$r_1 \;\rightarrow\; m_1 = 0$

r_2 pasa por $(0, -2)$ y $(2, 0)$ $\rightarrow$ $m_2 = \dfrac{0-(-2)}{2-0} = \dfrac{2}{2} = 1$

r_3 pasa por $(0, 1)$ y $\left(-\dfrac{3}{2}, 0\right)$ $\rightarrow$ $m_3 = \dfrac{0-1}{-\frac{3}{2}-0} = \dfrac{-1}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2}{3}$

- La ecuación de cada recta será:

$r_1 \;\rightarrow\; y = -1$

$r_2 \;\rightarrow\; y = x - 2$

$r_3 \;\rightarrow\; y = \dfrac{2}{3}x + 1$

Ejercicio nº 23

Indica cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(0,\ -1)$ y $B\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$.
Escribe su ecuación y la de la paralela a ella que pasa por el origen de coordenadas.

Solución:

- Pendiente: $m = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$

- Observamos que los puntos que nos dan son los puntos de corte con los ejes; concretamente, de $A(0, -1)$ se obtiene que $n = -1$.

  Así, la ecuación de la recta es: $y = \frac{2}{3}x - 1$

- La recta paralela a la anterior que pasa por $(0,\ 0)$ será: $y = \frac{2}{3}x$

Ejercicio nº 24

Representa la función cuya expresión analítica es:

$$y = \begin{cases} -2 & \text{si} \quad x < -1 \\ x+1 & \text{si} \quad -1 \le x < 2 \\ 0 & \text{si} \quad x \ge 2 \end{cases}$$

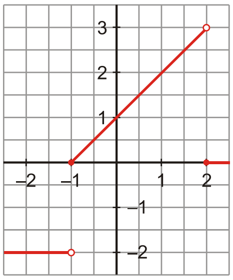
Solución:

- El primer tramo de función es la función constante $y = -2$; igualmente, el último trozo es $y = 0$.

- La recta $y = x + 1$ está definida en $-1 \le x < 2$:

x	–1	0	1
y	0	1	2

- Representamos los tres trozos en los mismos ejes:



Ejercicio nº 25

Representa la siguiente función:

$$y = \begin{cases} x+3 & \text{si} \quad x<0 \\ 3 & \text{si} \quad 0 \le x < 4 \\ x-6 & \text{si} \quad x \ge 4 \end{cases}$$

Solución:

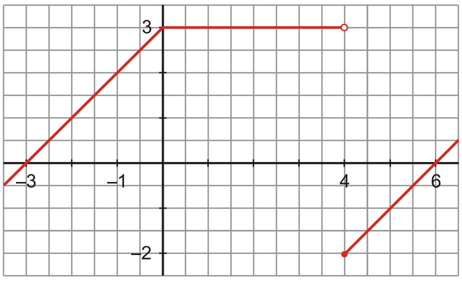
- Obtenemos una tabla de valores para el primer trozo de la función, que es la recta $y = x + 3$ definida para $x < 0$:

x	–1	–3
y	2	0

- El segundo trozo es la función constante $y = 3$ definida en $0 \le x < 4$.

- Sobre los mismos ejes, representamos el último trozo, la recta $y = x - 6$ definida para $x \ge 4$:

x	4	6
y	–2	0



Ejercicio nº 26

Representa la siguiente función e indica su dominio:

$$y = \begin{cases} \dfrac{x-1}{2} & \text{si} \quad x \le -3 \\ -1 & \text{si} \quad -1 \le x \le 2 \\ -2x+7 & \text{si} \quad 2 < x < 6 \end{cases}$$

Solución:

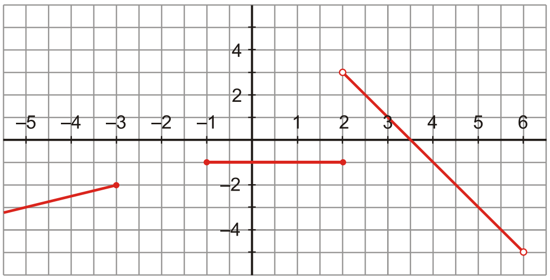
- Obtenemos una tabla de valores para el primer trozo de la función, que es la recta $y = \dfrac{x-1}{2}$ para valores de $x \le -3$:

x	–3	–5
y	–2	–3

- El segundo trozo es la recta $y = -1$ (función constante) en $-1 \le x \le 2$.

- El último trozo es la recta $y = -2x + 7$ si $2 < x < 6$:

x	3	4	5
y	1	–1	–3



- Dominio de definición: $(-\infty, -3]$ U $[-1, 6)$

Ejercicio nº 27

Representa la función cuya expresión analítica es:

$$y = \begin{cases} \dfrac{3}{2} & \text{si} \quad x < 1 \\ 5x - 1 & \text{si} \quad 1 \le x \le 2 \\ 2x + 1 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Solución:

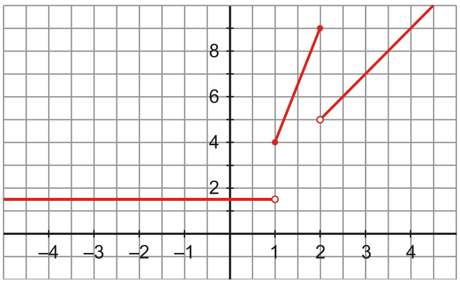
- La recta $y = \frac{3}{2}$ para $x < 1$ es una función constante.

- Representamos $y = 5x - 1$ definida para $1 \le x \le 2$:

x	1	2
y	4	9

- Análogamente, representamos $y = 2x + 1$ para $x > 2$:

x	3	4
y	7	9



Ejercicio nº 28

Representa gráficamente la siguiente función:

$$y=\begin{cases} 2 & \text{si} \quad x\le -1 \\ 2x+4 & \text{si} \quad -1<x\le 1 \\ 6 & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

Solución:

- Obtenemos una tabla de valores para la recta $y = 2x + 4$ definida para $-1 < x \le 1$:

x	0	1
y	4	6

- Los otros dos tramos son funciones constantes: $y = 2$ definida para $x \le -1$; $y = 6$ definida para $x > 1$.