ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO CON UNA SÓLA INCÓGNITA

1º. Recuerda que las igualdades algebraicas se dividen en ***identidades*** o ***ecuaciones***, según las soluciones que admitan como válidas. Así que para empezar el tema lo primero es saber diferenciar si las incógnitas pueden ser cualquier valor, o si sólo se verifica para algunos en concreto (*soluciones*). Por tanto, clasifica las siguientes igualdades en identidades o ecuaciones:

a) $5(a+b)=5a+5b$

b) $2x-5=3$

c) $a+8=2a-4$

d) $3x+2=2(x+1)+x$

e) $\frac{4x+6}{2}=2x+3$

f) $(2x+3)^2=4x^2+11x+8$

2º. ¿Ecuaciones equivalentes? Es posible que igualdades distintas tengan las mismas soluciones? En tal caso, ¿cómo transformo una ecuación en otra equivalente a ella? Une con flechas las ecuaciones que sean equivalentes entre sí:

a) $3x+1=0$ 1) $x+5=11-2x$

b) $x+3=9-2x$ 2) $2x-9=5x-18$

c) $3x-9=6x-18$ 3) $4x+2=x+1$

3º. Halla la solución de las siguientes ecuaciones de primer grado con una incógnita:

a) $7(13-2x)=x+4(12+3x)$

b) $5(2x+3)-4(2-3x)=2(2+3x)$

c) $\frac{1-x}{2}-\frac{3}{5}=\frac{4}{3}-\frac{x+2}{6}$

d) $\frac{x}{3}-\frac{x-3}{6}+1=\frac{x+2}{4}-\frac{1}{2}$

e) $x+\frac{1-3x}{5}+\frac{3}{4}=\frac{2x}{5}+1$

f) $\frac{3x}{2}-\frac{x+1}{3}=4$

g) $\frac{3x-5}{2}=\frac{3(3x-1)}{5}$

h) $2x+\frac{x+5}{6}-\frac{3(x+4)}{8}=7-3x$

4º. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado siguiendo su propio método (*incompletas*), es decir, sin usar la fórmula de resolución:

a) $x^2-1=0$

b) $3x^2+10x=0$

c) $4x^2=0$

d) $x^2-9=0$

e) $-x^2+16=0$

f) $-2x^2-5x=0$

5º. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado (completas):

a) $x^2+7x+12=0$

b) $x^2-7x-18=0$

c) $x^2+2x-15=0$

d) $2x^2+11x+5=0$

e) $2x^2+3x+4=0$

f) $2x^2=48-10x$

6º. Determina, sin tener que resolverlas (usando el ***discriminante***), el número de soluciones de las siguientes ecuaciones. Indica así mismo si las posibles soluciones tienen el mismo signo o signo contrario:

a) $x^2+5x-10=0$

b) $3x^2+x+1=0$

c) $x^2+6x+9=0$

d) $x^2-8x+16=0$

e) $3x^2-8x=0$

SISTEMAS DE DOS ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

1º. Resuelve el siguiente sistema por el método de sustitución:

$$\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x-5y=3 \end{cases}$$

2º. Resuelve el siguiente sistema por el método de igualación:

$$\begin{cases} x+3y=5 \\ x-5y=3 \end{cases}$$

3º. Resuelve el siguiente sistema por el método de reducción:

$$\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 3x-y=-1 \end{cases}$$

4º. Resuelve los sistemas siguientes por el método que quieras o consideres más adecuado.

a) $\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ 3x+y=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x-y=-1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x-y}{2}+x=-1 \\ 3(y-x)-2=4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x-2}{3}+\dfrac{3y+1}{2}=5 \\ x-\dfrac{1-5y}{2}=3 \end{cases}$

OTROS TIPOS DE ECUACIONES

1.- En el tema anterior hemos trabajado todo lo referente a polinomios: factorización, determinación de sus raíces, teorema del resto... Hemos visto en clase como el cálculo de las raíces de un polinomio $P(x)$ es equivalente a resolver la ecuación $P(x) = 0$. Por tanto esto nos capacita para resolver ***ecuaciones de grado superior a 2***, que hasta ahora no podíamos solucionar. De esta forma, resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6 = 0$
b) $x^4 + 12x^3 = 64x^2$
c) $x^3 - x^2 - 4 = 0$
d) $4x + 12 = x^3 + 3x^2$

2.- Algunas ecuaciones de 4º grado tienen unas características especiales que les permiten usar otro método de resolución distinto al anterior: ***las ecuaciones bicuadradas***. Efectuando un cambio de variable convertimos una ecuación de 4º grado en otra de 2º grado. Resuelve estas ecuaciones:

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
b) $x^4 - 9x^2 = 0$
c) $x^4 - 6x^2 = 7$
d) $5x^4 = 125$
e) $5x^4 + 45 = 50x^2$
f) $x^4 - 15x^2 = 1$

3.- Otra situación posible es encontrarnos que nuestra incógnita está bajo un signo radical, es decir, dentro de una raíz. Algunas ***ecuaciones radicales*** básicas para resolver:

a) $3 - 2\sqrt{x} = x$
b) $\sqrt{2x-5} + 6 = x + 2$
c) $x + \sqrt{x-3} = 5$
d) $x - \sqrt{2x-1} = 1 - x$