Resuelve:

$$\frac{5(3x+1)}{4}-\frac{6x-1}{3}=\frac{-9x}{16}+\frac{2(9x+5)}{8}$$

Solución:

$$\frac{5(3x+1)}{4}-\frac{6x-1}{3}=\frac{-9x}{16}+\frac{2(9x+5)}{8}$$
$$\frac{15x+5}{4}-\frac{6x-1}{3}=\frac{-9x}{16}+\frac{18x+10}{8}$$
$$\frac{180x+60}{48}-\frac{96x-16}{48}=\frac{-27x}{48}+\frac{108x+60}{48}$$

$180x + 60 - 96x + 16 = -27x + 180x + 60$

$180x - 96x + 27x - 108x = 60 - 60 - 16$

$3x = -16$

$$x=\frac{-16}{3}$$

Resuelve la ecuación:

$$\frac{3(x+1)}{4}-\frac{2x-1}{3}=\frac{-x}{3}+\frac{3(2x-1)}{4}$$

Solución:

$$\frac{3(x+1)}{4}-\frac{2x-1}{3}=\frac{-x}{3}+\frac{3(2x-1)}{4}$$
$$\frac{3x+3}{4}-\frac{2x-1}{3}=\frac{-x}{3}+\frac{6x-3}{4}$$
$$\frac{9x+9}{12}-\frac{8x-4}{12}=\frac{-4x}{12}+\frac{18x-9}{12}$$

$9x + 9 - 8x + 4 = -4x + 18x - 9$

$9x - 8x + 4x - 18x = -9 - 9 - 4$

$-13x = -22$

$$x=\frac{-22}{-13}=\frac{22}{13} \quad \rightarrow \quad x=\frac{22}{13}$$

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{2x+1}{5}-\frac{x+1}{3}=2\left[\frac{3x}{10}-\left(\frac{x}{6}-1\right)\right]$$

Solución:

$$\frac{2x+1}{5}-\frac{x+1}{3}=2\left[\frac{3x}{10}-\left(\frac{x}{6}-1\right)\right]$$
$$\frac{2x+1}{5}-\frac{x+1}{3}=2\left[\frac{3x}{10}-\frac{x}{6}+1\right]$$
$$\frac{2x+1}{5}-\frac{x+1}{3}=\frac{6x}{10}-\frac{2x}{6}+2$$
$$\frac{12x+6}{30}-\frac{10x+10}{30}=\frac{18x}{30}-\frac{10x}{30}+\frac{60}{30}$$

$12x + 6 - 10x - 10 = 18x - 10x + 60$

$12x - 10x - 18x + 10x = 60 - 6 + 10$

$-6x = 64$

$$x=\frac{64}{-6}=\frac{-32}{3} \quad \rightarrow \quad x=\frac{-32}{3}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\dfrac{2x^2-1}{2} - \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{1-x}{6}$

b) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$

Solución:

a) Multiplicamos los dos miembros por 6:

$$3\left(2x^2-1\right)-2\left(x-1\right)=1-x \quad \rightarrow \quad 6x^2-3-2x+2=1-x \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 6x^2-x-2=0 \quad \rightarrow \quad x=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{12}=\frac{1\pm 7}{12} \begin{cases} \dfrac{8}{12}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{-6}{12}=\dfrac{-1}{2} \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=\dfrac{2}{3}$ y $x_2=\dfrac{-1}{2}$.

b) Por ser bicuadrada, hacemos el cambio $x^2=z$:

$$z^2-26z+25=0 \quad \rightarrow \quad z=\frac{26\pm\sqrt{676-100}}{2}=\frac{26\pm\sqrt{576}}{2}=\frac{26\pm 24}{2} \begin{cases} \dfrac{2}{2}=1 \\ \dfrac{50}{2}=25 \end{cases}$$

Si $z=1 \quad \rightarrow \quad x^2=1 \quad \rightarrow \quad x=\pm 1$

Si $z=25 \quad \rightarrow \quad x^2=25 \quad \rightarrow \quad x=\pm 5$

Las soluciones de esta ecuación son $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 5$ y $x_4 = -5$.

Resuelve:

a) $2(2x+1)^2-3(2x-1)^2+5(2x-1)(2x+1)=0$

b) $4x^4-25x^2=0$

Solución:

a) Efectuamos los paréntesis teniendo en cuenta que todos son productos notables:

$$2(4x^2+4x+1)-3(4x^2-4x+1)+5(4x^2-1)=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 8x^2+8x+2-12x^2+12x-3+20x^2-5=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 16x^2+20x-6=0 \rightarrow 8x^2+10x-3=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x=\frac{-10\pm\sqrt{100+96}}{16}=\frac{-10\pm\sqrt{196}}{16}=\frac{-10\pm14}{16} \begin{cases} \dfrac{-24}{16}=\dfrac{-3}{2} \\ \dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4} \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=\frac{-3}{2}$ y $x_2=\frac{1}{4}$.

b) Ecuación bicuadrada en la que podemos extraer x^2 como factor común:

$$4x^4-25x^2=x^2(4x^2-25)$$

Así:

$$4x^4-25x^2=0 \rightarrow x^2(4x^2-25)=0 \rightarrow \begin{cases} x^2=0 \rightarrow x=0 \\ 4x^2-25=0 \rightarrow x^2=\dfrac{25}{4} \rightarrow x=\pm\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=0$, $x_2=\frac{5}{2}$ y $x_3=-\frac{5}{2}$.

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\dfrac{(2x+5)(3x-1)}{3}+\dfrac{x^2+5}{2}=\dfrac{7x-5}{6}+1$

b) $3x^4-10x^2-8=0$

Solución:

a) Multiplicamos ambos miembros por 6:

$$2(2x+5)(3x-1)+3\left(x^2+5\right)=7x-5+6 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 12x^2-4x+30x-10+3x^2+15-7x+5-6=0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 15x^2+19x+4=0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad x=\frac{-19\pm\sqrt{361-240}}{30}=\frac{-19\pm\sqrt{121}}{30}=\frac{-19\pm 11}{30}\begin{cases}\dfrac{-30}{30}=-1\\[2ex] \dfrac{-8}{30}=\dfrac{-4}{15}\end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=-1$ y $x_2=\dfrac{-4}{15}$.

b) Haciendo $x^2=z$, se obtiene: $3z^2-10z-8=0$

$$z=\frac{10\pm\sqrt{100+96}}{6}=\frac{10\pm 14}{6}\begin{cases}\dfrac{24}{6}=4\\[2ex] \dfrac{-4}{6}=\dfrac{-2}{3}\end{cases}$$

Si $z=4 \quad \rightarrow \quad x^2=4 \quad \rightarrow \quad x=\pm 2$

Si $z=\dfrac{-2}{3} \quad \rightarrow \quad x^2=\dfrac{-2}{3} \quad \rightarrow$ no hay solución real.

Las soluciones son $x_1=2$ y $x_2=-2$.

Resuelve:

a) $\sqrt{4x+1}=-1+\sqrt{9x-2}$

Elevamos al cuadrado ambos miembros de la ecuación:

$4x+1=1+(9x-2)-2\sqrt{9x-2} \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad 4x+1=9x-1-2\sqrt{9x-2} \quad \rightarrow \quad 2\sqrt{9x-2}=5x-2$

Volvemos a elevar al cuadrado:

$4(9x-2)=25x^2-20x+4 \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad 36x-8=25x^2-20x+4 \quad \rightarrow \quad 25x^2-56x+12=0 \quad \rightarrow$

$$\rightarrow \quad x=\frac{56\pm\sqrt{3136-1200}}{50}=\frac{56\pm\sqrt{1936}}{50}=\frac{56\pm 44}{50}\begin{cases}\dfrac{100}{50}=2\\[2ex]\dfrac{12}{50}=\dfrac{6}{25}\end{cases}$$

Comprobamos las dos posibles soluciones, sustituyendo en la ecuación inicial:

$\sqrt{4\cdot 2+1}-\sqrt{9\cdot 2-2}=\sqrt{9}-\sqrt{16}=3-4=-1 \quad \rightarrow \quad 2$ es solución

$\sqrt{\frac{24}{25}+1}-\sqrt{\frac{54}{25}-2}=\sqrt{\frac{49}{25}}-\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{7}{5}-\frac{2}{5}=\frac{5}{5}=1 \quad \rightarrow \quad \frac{6}{25}$ no es solución

La única solución es $x=2$.

Resuelve las ecuaciones:

a) $\mathbf{2x + \sqrt{6x+1} = 3}$

b) $\mathbf{\dfrac{x}{x+1} + \dfrac{2x}{x-1} = \dfrac{15}{4}}$

Solución:

a) $\sqrt{6x+1} = 3 - 2x$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$6x + 1 = 9 - 12x + 4x^2 \quad \rightarrow \quad 4x^2 - 18x + 8 = 0 \quad \rightarrow \quad 2x^2 - 9x + 4 = 0 \quad \rightarrow$

$$\rightarrow \quad x = \frac{9 \pm \sqrt{81-32}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{9 \pm 7}{4} \begin{cases} \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{16}{4} = 4 \end{cases}$$

Comprobamos las posibles soluciones sobre la ecuación:

$2 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{6}{2} + 1} = 1 + \sqrt{4} = 1 + 2 = 3 \quad \rightarrow \quad x = \frac{1}{2}$ es solución

$8 + \sqrt{24+1} = 8 + \sqrt{25} = 8 + 5 = 13 \quad \rightarrow \quad x = 4$ no es solución

La única solución es $x = \frac{1}{2}$.

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{x^4+9}-\sqrt{6x^2+1}=0$

b) $x+\dfrac{8}{2x}=5$

Solución:

a) $\sqrt{x^4+9}=\sqrt{6x^2+1}$

Elevamos ambos miembros al cuadrado:

$x^4+9=6x^2+1 \quad \rightarrow \quad x^4-6x^2+8=0$

Ecuación bicuadrada, que resolvemos haciendo el cambio $x^2=z$:

$$z^2-6z+8=0 \quad \rightarrow \quad z=\frac{6\pm\sqrt{36-32}}{2}=\frac{6\pm 2}{2}\begin{cases}4\\2\end{cases}$$

Si $z=4 \quad \rightarrow \quad x^2=4 \quad \rightarrow \quad x=\pm 2$

Si $z=2 \quad \rightarrow \quad x^2=2 \quad \rightarrow \quad x=\pm\sqrt{2}$

Comprobación:

$x=\pm 2 \quad \rightarrow \quad \sqrt{16+9}-\sqrt{24+1}=\sqrt{25}-\sqrt{25}=0 \quad \rightarrow \quad x=\pm 2$ son soluciones.

$x=\pm\sqrt{2} \quad \rightarrow \quad \sqrt{4+9}-\sqrt{12+1}=\sqrt{13}-\sqrt{13}=0 \quad \rightarrow \quad x=\pm\sqrt{2}$ son soluciones.

Las soluciones son $x_1=2,\ x_2=-2,\ x_3=\sqrt{2}$ y $x_4=-\sqrt{2}$.

Resuelve las ecuaciones:

a) $\sqrt{x}+\sqrt{x-2}=2$

b) $\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{x+2}{x}=\dfrac{-7}{4}$

Solución:

a) $\sqrt{x-2}=2-\sqrt{x}$

Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$x-2=4+x-4\sqrt{x} \quad \rightarrow \quad 4\sqrt{x}=6 \quad \rightarrow \quad 2\sqrt{x}=3$

Volvemos a elevar al cuadrado:

$4x=9 \quad \rightarrow \quad x=\dfrac{9}{4}$ es la posible solución.

Lo comprobamos:

$\sqrt{\dfrac{9}{4}}+\sqrt{\dfrac{9}{4}-2}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{4}{2}=2$

Luego $x=\dfrac{9}{4}$ es la solución buscada.

Resuelve el siguiente sistema por el método que consideres más adecuado:

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{2x - y = 12} \\ \mathbf{\frac{3}{2}x + 5y = 4} \end{array}\right\}$$

Solución:

Método de sustitución $\rightarrow$ Despejamos y de la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$$\left.\begin{array}{l} y = 2x - 12 \\ \frac{3}{2}x + 5(2x - 12) = 4 \end{array}\right\} \rightarrow \frac{3}{2}x + 10x - 60 = 4$$

Multiplicamos ambos miembros de la ecuación por 2:

$$3x + 20x - 120 = 8 \quad \rightarrow \quad 23x = 128 \quad \rightarrow \quad x = \frac{128}{23}$$

Se calcula el valor de y:

$$y = 2 \cdot \frac{128}{23} - 12 \quad \rightarrow \quad y = \frac{256 - 276}{23} \quad \rightarrow \quad y = \frac{-20}{23}$$

Resuelve el sistema:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{4y}{2}=8\\[2mm]\dfrac{2y-5}{6}+\dfrac{5x}{2}=3\end{array}\right\}$$

Solución:

Comenzamos por simplificar cada una de las ecuaciones del sistema:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{4y}{2}=8\\[2mm]\dfrac{2y-5}{6}+\dfrac{5x}{2}=3\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}2(x+1)-12y=48\\2y-5+15x=18\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}2x-12y=46\\15x+2y=23\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{r}x-6y=23\\15x+2y=23\end{array}\right\}$$

Despejamos x de la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$x = 23 + 6y$

$$15(23+6y)+2y=23 \rightarrow 345+90y+2y=23 \rightarrow$$

$$\rightarrow 92y=-322 \rightarrow y=\frac{-322}{92} \rightarrow y=\frac{-7}{2}$$

Calculamos el valor de x:

$$x=23+6\left(\frac{-7}{2}\right) \rightarrow x=23-21 \rightarrow x=2$$

Resuelve por el método que consideres más apropiado y comprueba la solución obtenida en el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{5y - 2x = \frac{5}{2}} \\ \mathbf{4x + \frac{5}{3}y = 2} \end{cases}$$

Solución:

Utilizaremos el método de reducción en y; para ello multiplicamos la 2ª ecuación por −3:

$$\begin{array}{l} -2x \quad +5y = \frac{5}{2} \\ -12x - 5y = -6 \\ \hline -14x \qquad = \frac{5}{2} - 6 \quad \to \quad -14x = \frac{-7}{2} \quad \to \quad x = \frac{1}{4} \end{array}$$

Calculamos y sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación:

$$5y - 2\cdot\frac{1}{4} = \frac{5}{2} \quad \to \quad 5y - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \quad \to \quad 5y = 3 \quad \to \quad y = \frac{3}{5}$$

La solución buscada es: $x = \frac{1}{4},\ y = \frac{3}{5}$

Comprobamos la solución:

$$\begin{cases} 5\cdot\frac{3}{5} - 2\cdot\frac{1}{4} = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \\ 4\cdot\frac{1}{4} + \frac{5}{3}\cdot\frac{3}{5} = 1 + 1 = 2 \end{cases}$$

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{x+2}{5} - y = -8 \\ \dfrac{y+1}{2} + \dfrac{x-1}{4} = 2 \end{cases}$$

Solución:

Comenzamos por simplificar el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{x+2}{5} - y = -8 \\ \dfrac{y+1}{2} + \dfrac{x-1}{4} = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2-5y = -40 \\ 2(y+1) + x - 1 = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-5y = -42 \\ 2y + x = 7 \end{cases}$$

Utilizaremos el método de reducción en x, multiplicando la primera ecuación por -1:

$$\begin{array}{r} -x+5y = 42 \\ x+2y = \;\;7 \\ \hline 7y = 49 \end{array} \rightarrow \quad y = 7$$

Calculamos el valor de x:

$$x = 7 - 2y \quad \rightarrow \quad x = 7 - 2 \cdot 7 \quad \rightarrow \quad x = 7 - 14 \quad \rightarrow \quad x = -7$$

La solución que cumple el sistema es: $x = -7$, $y = 7$

Comprobamos dicha solución:

$$\frac{-7+2}{5} - 7 = -1 - 7 = -8$$
$$\frac{7+1}{2} + \frac{-7-1}{4} = 4 - 2 = 2$$

Halla la solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y^2 - x^2 = 5 \\ \dfrac{10x+8}{3} = 2y + \dfrac{10}{3} \end{cases}$$

Solución:

Transformamos la segunda ecuación en una equivalente sin denominadores:

$$10x + 8 = 6y + 10 \quad \rightarrow \quad 10x - 6y = 2 \quad \rightarrow \quad 5x - 3y = 1$$

El sistema a resolver es:

$$\begin{cases} y^2 - x^2 = 5 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$$

Despejamos x de la segunda ecuación y sustituimos en la primera:

$$x = \frac{1+3y}{5}$$

$$y^2 - \frac{(1+3y)^2}{25} = 5 \quad \rightarrow \quad 25y^2 - (1 + 6y + 9y^2) = 125 \quad \rightarrow \quad 25y^2 - 1 - 6y - 9y^2 - 125 = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 16y^2 - 6y - 126 = 0 \quad \rightarrow \quad 8y^2 - 3y - 63 = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad y = \frac{3 \pm \sqrt{9+2016}}{16} = \frac{3 \pm \sqrt{2025}}{16} = \frac{3 \pm 45}{16} \begin{cases} 3 \\ \dfrac{-21}{8} \end{cases}$$

$$\text{Si } y = 3 \quad \rightarrow \quad x = \frac{1+9}{5} = 2$$

$$\text{Si } y = \frac{-21}{8} \quad \rightarrow \quad x = \frac{1 - \frac{63}{8}}{5} = \frac{\frac{-55}{8}}{5} = \frac{-11}{8}$$

Las soluciones al sistema son:

$$x_1 = 2 \quad \rightarrow \quad y_1 = 3$$
$$x_2 = \frac{-11}{8} \quad \rightarrow \quad y_2 = \frac{-21}{8}$$

Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} xy + 2 &= 4x \\ y - x &= 1 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Despejamos y de la segunda ecuación y sustituimos en la primera:

$$y = 1 + x$$

$$x(1 + x) + 2 = 4x \quad \rightarrow \quad x + x^2 + 2 - 4x = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - 3x + 2 = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{cases} 2 \quad \rightarrow \quad y = 3 \\ 1 \quad \rightarrow \quad y = 2 \end{cases}$$

Las soluciones son:

$$x_1 = 2 \quad \rightarrow \quad y_1 = 3$$
$$x_2 = 1 \quad \rightarrow \quad y_2 = 2$$

Resuelve:

$$\begin{cases} \sqrt{x-2}+y=3 \\ -5+2x=x-y \end{cases}$$

Solución:

El sistema inicial es equivalente a $\begin{cases} \sqrt{x-2}+y=3 \\ x+y=5 \end{cases}$

Aplicamos el método de igualación:

$$\left.\begin{array}{l} y=3-\sqrt{x-2} \\ y=5-x \end{array}\right\} \rightarrow \quad 3-\sqrt{x-2}=5-x \quad \rightarrow \quad x-2=\sqrt{x-2}$$

Elevamos al cuadrado los dos miembros de la última igualdad:

$$(x-2)^2=x-2 \quad \rightarrow \quad (x-2)^2-(x-2)=0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad (x-2)(x-2-1)=0 \quad \rightarrow \quad (x-2)(x-3)=0 \left\{\begin{array}{l} x-2=0 \quad \rightarrow \quad x=2 \\ x-3=0 \quad \rightarrow \quad x=3 \end{array}\right.$$

Si $x=2 \quad \rightarrow \quad y=3$
Si $x=1 \quad \rightarrow \quad y=2$

Comprobamos las soluciones sobre el sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{x-2}+y=3 \\ x+y=5 \end{cases} \rightarrow \quad \begin{cases} \sqrt{2-2}+3=3 \\ 2+3=5 \end{cases} \rightarrow \quad \begin{cases} \sqrt{3-2}+2=1+2=3 \\ 2+3=5 \end{cases}$$

Luego ambas soluciones son válidas: $x_1=2 \quad \rightarrow \quad y_1=3$
$x_2=3 \quad \rightarrow \quad y_2=2$

Halla la solución del sistema:

$$\left.\begin{aligned} 3x^2-5y^2&=-2\\ x^2-6y^2&=-5\end{aligned}\right\}$$

Solución:

Multiplicamos la segunda ecuación por −3 para aplicar el método de reducción:

$$\begin{array}{r} 3x^2-\ 5y^2\ =-2\\ -3x^2+18y^2\ =15\\ \hline 13y^2\ =13 \end{array}\ \rightarrow\ y^2=1\ \rightarrow\ y=\pm1$$

$$\text{Como } x^2=6y^2-5\ \rightarrow\ \begin{cases} \text{si } y=1 \ \rightarrow\ x^2=6-5=1\ \rightarrow\ x=\pm1\\ \text{si } y=-1\ \rightarrow\ x^2=6-5=1\ \rightarrow\ x=\pm1\end{cases}$$

Las soluciones son:

$x_1=1\ \rightarrow\ y_1=1$
$x_2=1\ \rightarrow\ y_2=-1$
$x_3=-1\ \rightarrow\ y_3=1$
$x_4=-1\ \rightarrow\ y_4=-1$